CHEMINS OPTIMAUX

EXERCICE 1

A la date 1, une personne achète une voiture à 50 000 u.m. (unités monétaires). Le coût de la maintenance annuelle d'une voiture dépend de son âge au début de l'année (voir Tableau 1)

(Tableau 1)

Age de la voiture	Coût annuel de maintenance
0	6 000
1	10 000
2	15 000
3	23 000
4	35 000

Afin d'éviter le coût élevé de la maintenance, cette personne envisage d'échanger sa voiture contre une voiture neuve. Elle doit alors payer la différence entre le prix d'une voiture neuve (supposé égal 50 000 u.m.) et le coût d'évaluation de l'ancienne. Le coût d'évaluation d'une voiture ancienne est présenté, en fonction de son âge, dans le tableau 2 :

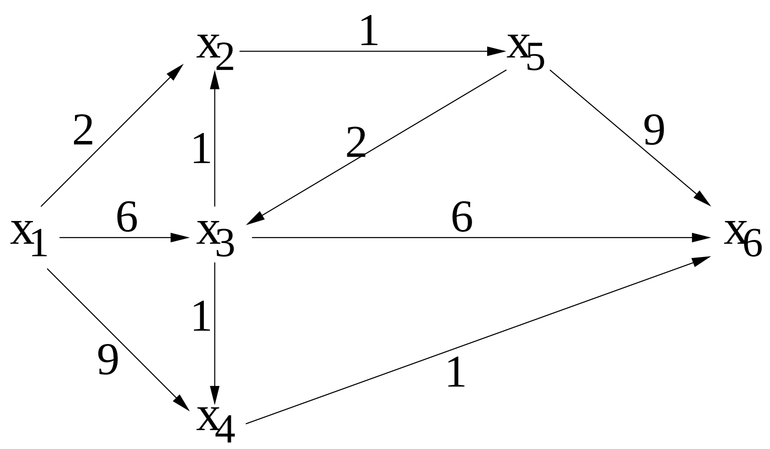
(Tableau 2)

Age de la voiture	Coût d'évaluation
1	37 000
2	25 000
3	5 000
4	2 500
5	0

Que doit faire cette personne afin de minimiser ses dépenses sachant qu'elle doit vendre sa voiture à la fin de la 5ème année ?

EXERCICE 2

Déterminer dans le graphe G = (X,U) ci-dessous, le chemin de valeur minimale de x_1 vers x_6 à l'aide de l'algorithme de DIJKSTRA.



EXERCICE 3

Une fonction ordinale (ou ordre topologique) est une numérotation des sommets d'un graphe qui est telle que pour tout arc (x_i, x_j), i est plus petit que j. Une telle fonction n'existe que pour les graphes sans circuits. Son intérêt est qu'il s'agit d'une "bonne" numérotation en ce sens qu'elle évite les retours en arrière de l'algorithme de Ford dans la recherche des chemins optimaux.

ALGORITHME

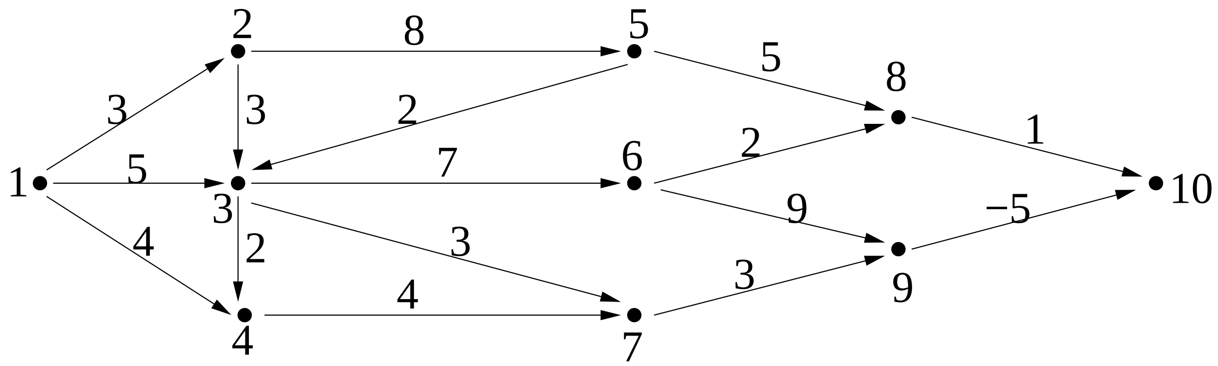
(i) Numéroter x_0 un sommet sans prédécesseur ; poser i = 1.

(ii) Numéroter x_i un sommet sans prédécesseur ou un sommet dont tous les prédécesseurs sont numérotés.

(iii) Poser i := i + 1 et recommencer (ii) tant que les sommets ne sont pas numérotés.

QUESTIONS

1. Appliquer cet algorithme au graphe ci-dessous.
2. Existe-t-il plusieurs fonctions ordinales ?
3. Pourquoi cet algorithme n'est-il plus applicable en présence d'un circuit ?
4. Pourquoi cet algorithme est-il applicable aux graphes sans circuit ?
5. Appliquer l'algorithme de FORD pour déterminer le plus court chemin de 1 jusqu'à 10.



EXERCICE 4

En utilisant la méthode matricielle, donner les chemins de valeur minimale entre tout couple de sommets du graphe suivant. Pourrait-on chercher les chemins de valeur maximale ?